Họ và Tên: Nguyễn Thị Hoàn

Lớp: K57V

MSSV: 12020710

Bài làm

1.1

a)

b)

⬄

⬄

Vậy phương trình đã cho có nghiệm x=1, y= -2.

1.2a)

b)

c)

d)

e)

f)

1.3

a)

b)

c)

d)

a)

b)

5

a)

Xét:

Hệ phương trình đã cho có nghiệm là:

b)

Xét

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là:

1.6

a)a.1

Đặt

Vậy căn bậc 2 của -3+4i là

a.2)

Đặt

Vậy căn bậc 2 của 3-4i là:

b)

b.1

Đặt

Vậy căn bậc 2 của -5+12i là:

b.2)

Có

Vậy căn bậc 2 của 2i là :

c)

c.1)

Do đó

c.2)

Do đó

1.7

a)

Với

Với

b)Có

Với

Đặt

c)

Với

Đặt

=

Tương tự với TH

Vậy căn bậc 4 của -7-24i là:

d)

Đặt

Xét

Đặt

⬄(

⬄

Tương tự với TH

Vậy căn bậc 4 của là:

1.8

Đặt

Tương tự với cách làm trên có

b)

c)

d)

e)

f)

g)

h)

1.10

a) 3i= 3(0+i) = 3(cos + isin)

-2= 2(-1 + 0i) = 2(cos + isin)

b) 1+i= (cos +isin

1-i= (cos +isin

-1+i= (cos +isin

-1-i=(cos +isin

c) 1+i= 2(cos +isin

-i= 2(cos +isin

d) 2-(2)i= 4(cos +isin

2 +2i= 4(cos +isin

e) i= cos +isin

f) 2+i= (cos + isin) với tg =

1.11

a) cos2x= 2x -1

sin2x= 2cosx.sinx

b) cos3x= 4x – 3cosx

sin3x= -4x + 3sinx

c) cos4x= 2x - 2x = - 4x.x

= 4 - 4 - 4x.x +1

sin4x= 4sinx.cosx.cos(2x) = 4sinx.cosx.( 2x -1)

= 8x.sinx - 4sinx.cosx

1.12

Đặt z = cosx +isinx, ta có = cosx –isinx và do đó:

cosx = , sinx =

1. x= (

=

= (cos4x + 4cos2x +3)

1. x=

=

=(sin5x- 5sin3x + 10sinx)

1.14

a,

Ta có:

b,

Ta có :

Với n chẵn : = ( 1- i )

Với n lẻ :

c,

Ta có:

f,

Ta có



1.15

a, -1

Ta có : -1 = cos π + isin π

* = cos

k = 0;1; …. ; n – 1

, 2i

Ta có: 2i = 2 ( cos + i sin )

=

k = 0;1; …. ; n – 1

c.1 + i

Ta có : 1+ i =

* =

k = 0;1; …. ; n – 1

1+ i

Ta có : 1+ i = 2

* =

k = 0;1; …. ; n – 1

1.16

a)

Z===

Căn bậc 4 của số phức: z= 

b)



Căn bậc 4 của số phức: Z=)

c)

Z==

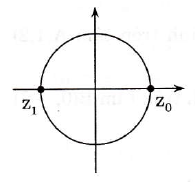
Căn bậc 2 của số phức: Z=

Bài 1.17

+)Tính căn bậc 2 của số phức 1

Gọi căn bậc 2 của 1 là z=



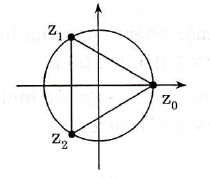


+)Tính căn bậc 3 của số phức 1



Ta có 

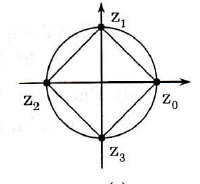
Biểu diễn hình học:



+)Tương tự với căn bậc 4 cúa số phức 1 ta có

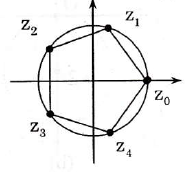


Biểu diễn hình học



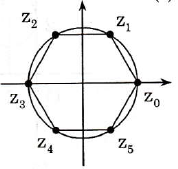
+)Biểu diễn căn bậc 5 cúa số phức z=1

= cos + isin với k= 0;1;2;3;4



+Biểu diễn căn bậc 6 của số phức z=1

= cos + isin với k= 0,…,5



1.20

a Đặt z=x + iy (x2+y2 >0)

= bi = = =

Nếu b thì x2-y2=0, x2+y2=1,xy 0.5



* Không tồn tại

Nếu b= => x=1,y=1

Z=k(1 k0

1.21

a )

α1 ± α-1 =?

= cosx + isinx +cos(-x) + isin(-x)

=2cosx

α1 - α-1 =cosx+ isinx -cos(-x) - isin(-x)

=2isinx

=cosnx+isinnx+cos(-nx)+isin(-nx)

=2cosnx

cosx+isinx – cox(-nx) – isin(-nx)

=2isinnx

=2isinnx(cosnx+isinnx)

=2cosnx(cosnx+isinnx)

b )

S = cosx +cos2x+ cos3x+…+cosnx

T = sinx + sin2x + sin3x+…+ sinnx

Ta xét S +iT=α + α2 + α3 +…+ αn

= α =(cosx+isinx)



Ta có S là phần thực, T là phần ảo

1. 24.

1. Giả sử p là một số nguyên tố.CMR tập hợp là một trường(được gọi là trường số sinh bởi và được kí hiệu là Q()).
2. Giải phương trình:X2-2=0 trên Q().

Chứng minh:

1. Vì các tính chất kết hợp ,giao hoán của phép cộng và phép nhân,tính chất phân phối của phép nhân đối với phép cộng luôn đúng nên ta chỉ cần kiểm tra 3 tính chất sau:

- 1=0+1 vậy 1 là phần tử đơn vị đối với phép nhân  
0 là phần tử đơn vị đối với phép cộng.

-lấy c,d Q() ta có:  
().()=(ac+pbd)+(ad+bc)

()+()=(a+c)+(b+d)

-mỗi a,bta có phần tử khả nghịch của () là +

Và ().( +)=1.

Vậy là một vành giao hoán có đơn vị và mọi phần tử đều khả nghịch do đó nó là 1 trường

1. Phương trình X2-2=0 có nghiệm là vì 2 là số nguyên tố nên nó thuộc trường Q.

1.25:a)Chứng minh rằng tập hợp là một trường(được gọi là trường số sinh bởi i kí hiệu là Q(i) ).

b)Giải phương trình X2+1=0 trên Q(i).

Chứng minh:

a)

Ta có:

- 1=1+0i vậy 1 là phần tử đơn vị đối với phép nhân  
0 là phần tử đơn vị đối với phép cộng.

-lấy c,d Q(i) ta có:  
().()=(ac-bd)+(ad+bc)

()+()=(a+c)+(b+d)

-mỗi a,bta có phần tử khả nghịch của () là +

Và ().( +)=1.

Vậy là một vành giao hoán có đơn vị và mọi phần tử đều khả nghịch do đó nó là 1 trường

b)Phương trình X2+1=0 có nghiệm là X= vì( 0 .

1. 26:a)Chứng minh giao của 2 trường số là một trường số

b)tìm

c)chứng minh nọi trường số đều chứa trường Q.

Chứng minh:

a)

Trước hết ta chứng minh giao của 2 nhóm cũng là 1 nhóm:

Dễ dàng kiểm tra được giao của 2 nhóm luôn thỏa mãn mọi tính chất của nhóm  
ví dụ:QC và .mở rông đối với trường ta luôn có mọi trường số đều là con của trường C giao của 2 trường số là một trường số.

b)giả sử x= vì a,b,c,dnên b=d=0

vậy =x thỏa mãn x=a và x=c.

.

c)

Giả sử T là một trường số khi đó 1thì -1 dó đó Z   
đối với phép nhân ta luôn có a thì cũng tồn tại là phần tử khả nghịh

với a và dều thuộc Q.  
vậy mọi trường số đều chứa trường Q.

1.28:

a) Viết lại hệ tiên đề xác định nhóm lần lượt theo phép cộng và nhân.

b) Chứng minh Z là một nhóm đối với phép cộng còn N thì không?

c)chứng minh Q\* =Q-{0} là một nhóm đối với phép cộng còn Q thì không?

chứng minh:

a)Nhóm là một bộ đôi (G,\* ) thỏa mãn luật hợp thành trong thỏa mãn 3 tính chất:

-đối với phép cộng(G,+) thỏa mãn 3 tính chất sau:

+tính chất kết hợp:x,y,z: (x+y)+z=x+(y+z).

+tồn tại phần tử đơn vị là 0 sao cho:x+0=0+x=x với x .

+tồn tại phần tử đối của x kí hiệu là –x sao cho:x+(-x)=(-x)+x=0.

-đối với phép nhân(G,.) thỏa mãn 3 tính chất sau:

+tính chất kết hợp:a,b,c a.(b.c)=(a.b).c

+tồn tại phần tử đơn vị là 1:a.1=1.a=a.

+tồn tại phẩn tử đối:của a là a-1sao cho a.a-1=a-1.a=1

b)

a,b,c ta có:

(a+b)+c=a+(b+c)

Phần tử đơn vị là 0

Phần tử đối là -a

Do đó Z là một nhóm đối với phép cộng

N không là 1 nhóm đối với phép cộng vì -a do đó không tồn tại phần tử đối thỏa mãn N.

c)

Q\* luôn có phần tử đơn vị là 1

Q\* có phần tử khả nghịch là a-1=.

Do đó Q\* là 1 nhóm đối với phép nhân.  
 Q không phải là 1 nhóm đối với phép nhân vì 0 không có phần tử khả nghịch.

1. 29.

Giả sử T là một trường (không nhất thiết là trường số) và n là một số tự nhiên ,chứng minh rằng tập nghiệm của phương trình Xn=1 là một nhóm đối với phép nhân .Tìm nhóm đó khi T=C.

Chứng minh:

Ta kí hiệu tập nghiệm của phương trình đã cho là A.Giả sử a,b bất kì ta có (a.b)n=an.bn=1.1=1,suy ra a.b.Vậy phép nhân đóng với phép hợp thành trên A.

Ta có :

(a.b).c=a.(b.c) vì a,b,c

1 vì 1n=1 và a.1=1.a=a vì a.

:vì a nên và (a-1)n=(an)-1=1 nên a-1 ngoài ra a-1.a=a.a-1=1

Vậy A là một nhóm đối với phép nhân.

Xét trường C nếu n=0,A=C,nếu n=1 ,A=1

Nếu n A là nhóm có giá trị căn bậc n của 1.

1.30

Cho phương trình :ax+by+cz=0 với a,b,c nghiệm của phương trình được viết thành bộ các số (x,y,z) .Chứng minh rằng ,tập nghiệm N0 của phương trình là một nhóm đối với phép cộng các nghiệp theo thành phần.  
chứng minh:

ta có:  
ta có:a(x,y,z),b(x’,y’,z’) khí đó  
a+b=(x+x’,y+y’,z+z’) vậy phép toán đóng với phép hợp thành trong.

N0 có phần tử đơn vị là (0,0,0) vì a+0=0+a=(x+0,y+0,z+0)=(x,y,z) và (0,0,0).

Phần tử đối –a(-x,-y,-z) và a+-a=(x-x,y-y,z-z)=(0,0,0)

Vậy N0 lập thành 1 nhóm đối với phép cộng các nghiệm thành phần.

1. 31.Chứng minh rằng:tập các hàm số y=ax+b trên R lập thành 1 nhóm abel đối với phép cộng(trên các hàm số)

Chứng minh:

Ta có y=a1x+b và y’=a2x+b’

Khi đó: y+y’=(a1+a2)x+(b+b’) vậy phép toán cộng đóng với phép hợp thành trong.

Hiển nhiên tính chất kết hợp luôn thỏa mãn

Mặt khác ta có:

0=0x+0 và y+0=0+y=y

Phần tử đối :-y=-ax-b và y+(-y)=(a-a)x+(b-b)=0.

Vậy y=ax+b lâp thành một nhóm trên R theo hàm.

Ngoài ra:y+y’=y’+y vậy phép cộng có tính chất giáo hoán do đó y=ax+b lâp thành 1 nhóm abel trên hàm.

1. 32: Chứng minh rằng tập các số là cành đối với phép cộng và phép nhân thông thường :O={0},Z,2Z(tập các số chẵn),5Z(tập các số là bội của 5).Đối với mỗi thành viên chỉ ra nó là vành con của vành nào.

Chứng minh:

Tất cả các tập hợp trên đều lạp thành 1 nhóm đối vời phép cộng với phần tử đơn vị là 0,phần tử đối của x là –x.

Ta có:O={0} là một nhóm abel.

a,b:a+b=b+a

a’,b’:a’+b’=b’+a’.

a’’,b’’:a’’+b’’=b’’+a’’.

Vậy các tập hợp trên là 1 nhóm abel đối với phép cộng.

Hiển nhiên ta cũng chứng minh tính chất kết hợp của các tập hợp trên đối với phép nhân.  
cuối cùng ta đi kiểm tra tính chất phân phối về 2 phía:

Ta có c (a+b)c=ac+bc

Và c(a+b)=ca+cb.

Tương tự với 2Z,5Z ta cũng chỉ ra được tính chất phân phối về 2 phía

Vậy các tập hợp trên lập thành vành với phép cộng và phép nhân thông thường.

Nhận thấy {0},Z,2Z,5Z đều là tập con của R   
với R là vành các số thực  
vậy nó là vành con của R.

1. 33:

Chứng minh rằng:

1. Nếu K là 1 vành số có đơn vị thì K chứa Z
2. Nếu K là 1 vành có đơn vị thì cũng là vành có đơn vị.

Chứng minh:

a)Vì 1 nên N vậy mội phần tử trong vành số nguyên đề thuộc K

Z

b)K là vành có đơn vị lập thành 1 trường do đó nó cũng là 1 vành giao hoán có đơn vị.Vậy là vành có đơn vị.

1.34:

Trên ZxZ ta định nghĩa phép cộng và phép nhân theo thành phần:  
(a,b)+(c,d)=(a+c,b+d) ,(a,b)(c,d)=(ac,bd).

Chứng minh ZxZ là 1 vành giao hoán có đơn vị.

Chứng minh:

Trước hết ta chứng minh ZxZ là một vành.

Vì a+c=c+a

b+d=d+b nên (a,b)+(c,d)=(c,d)+(a+b)

vậy ZxZ là 1 nhóm abel đối với phép cộng.

(a,b).(c,d)(e,f)=(ac,bd)(e,f)=(ace,bdf)=(aec,bfd)=(ae,bf)(c,d)

Vậy phép nhân thỏa mãn tính chất kết hợp

((a,b)+(c,d))(e,f)=(a+c,b+d)(e,f)=((a+c)e,(b+d)f)

(e,f) ((a,b)+(c,d))=(e(a+c),f(b+d))

Vậy phép nhân thỏa mãn tính chất phân phối

Dó đó ZxZ lập thành 1 vành .

Phần tử đơn vị của ZxZ là(1,1) vì(a,b)(1,1)=(a.1,b.1)=(a,b)

Phần tử 0 là(0,0).

Phép nhân trên ZxZ luôn thỏa mãn tính chất giao hoán

Vậy ZxZ là 1 vành giao hoán có đơn vị.

1. 38:

Chứng minh rằng tập hợp các phần tử khả nghịch của 1 vành có đơn vị là 1 nhóm đối với phép nhân.Tím nhóm các phần tử khả nghịch của Q,Z,Z12.

Chứng minh:

Giả sử vành K có đơn vị có các phần tử jhar nghịc khi đó 1 là phần tử đơn vị

Dó đó phần tử đơn vị của K là 1 phần tử khả nghịch của 1 là 1..

Do tập hợp các phần tử khả nghịch đều thuộc K nên tồn tại a-1 cũng có a và a.a-1=1.

Vậy các phần tử khả nghịch của một vành có đơn vị lập thành 1 nhóm đối với phép nhân.

Nhóm các phần tử khả nghịch của Q là Q\*,Z là{1,-1},Z12={1,3,5,7,11}.